

La enseñanza de límites: un primer paso en busca de la formulación de un curso semi-virtual de cálculo

Giovanni Sanabria Brenes

Resumen:

Actualmente en muchas universidades se está incentivando la formulación de cursos virtuales. Particularmente, el Tecnológico de Costa Rica ha venido incentivando la formulación de cursos bajo la modalidad semi-virtual. Durante el I semestre del 2018 se desarrolló, bajo esta modalidad, el curso Semi-virtual de Cálculo dirigido a estudiantes de las diferentes carreras ligadas a Computación. El presente trabajo expone algunos detalles esta primera experiencia para el tema de Límites y describe los materiales desarrollados.

Palabras clave: Límites, Didáctica, virtualización

I. Introducción

De acuerdo con Chan (2016):

La virtualización de la educación se presenta como un fenómeno en el que se actualizan métodos educativos cuyas posibilidades se ven ampliadas con el uso de las TIC, pero también es una mega tendencia económica y cultural que rebasa el ámbito de la educación escolar. (p.3)

Así, en los últimos años la virtualización ha incidido en la Educación Superior, y se han venido desarrollando una serie de cursos bajo las modalidades: virtual y semi-virtual. Al respecto, Rama (2012), citado por Chan (2016), indica que la virtualización es una de las macro tendencias dominantes en la Educación Superior en los últimos años.

Particularmente, el Tecnológico de Costa Rica (TEC) crea el TEC Digital. En el 2013, el Consejo Institucional de esta universidad en la Sesión Ordinaria número 2811, nombró al TEC Digital como Unidad adscrita a la Vicerrectoría de Docencia dentro del marco de desarrollo estratégico y organizacional del TEC. El TEC Digital impulsa la formulación de cursos bajo la modalidad virtual y semi-virtual.

La Escuela de Matemática del TEC ha venido incentivado a sus docentes a desarrollar cursos bajo la modalidad semi-virtualmente. Actualmente, se brinda una serie de curso bajo esta modalidad, por ejemplo: Matemática General, Matemática Discreta, Cálculo Superior y Ecuaciones Diferenciales. Para el primer semestre del 2018, la Escuela de Matemática planifica desarrollar una primera versión del curso MA-1404 Cálculo, el cual es dirigido a las carreras de Ingeniería en Computación, Ingeniería en Administración de Tecnologías de Información, Ingeniería en Computadores.

Así, en el primer semestre 2018, se imparte el curso MA-1404 Cálculo grupo 2 bajo la modalidad semi-virtual. Este curso no fue parte de los cursos virtuales asesorados por el TEC Digital. Dado que es la primera vez que se impartía y que el docente (mi persona) no ha cursado el taller para formulación de cursos semi-virtuales, se consideró como una etapa previa y explotaría antes de formalizarlo ante el TEC Digital. El curso tuvo una matrícula de 32 estudiantes y esta primera versión se centró en la formulación de materiales.

Seguidamente se describe los materiales desarrollados para el tema de Límites.

II. Cálculo de Límites

Douady (1984) indica que los conceptos matemáticos tienen carácter de instrumento y carácter de objeto. El ver un concepto como instrumento para resolver un problema es lo que le da sentido al concepto. En dicha resolución, el concepto puede intervenir en uno o varios marcos: geométrico, numérico y algebraico, entre otros. En cada marco el concepto se visualiza en términos de objetos y relaciones, formando significados del concepto en el marco.

El juego de marcos propuesto por Douady, consiste en establecer correspondencias entre los significados que un mismo concepto adquiere en diferentes marcos. Este juego contribuye a construir la diversidad semántica del concepto, poniendo en evidencia el carácter heterogéneo del conocimiento que varía según el estudiante. Por lo tanto, Douady (1984) recomienda que, para lograr un buen funcionamiento de los conocimientos en los alumnos, el docente debe elegir problemas donde estos intervienen en dos cuadros como mínimo.

Así, el cálculo y concepto intuitivo de límite se desarrolló por medio de un material escrito que tomará en cuenta los siguientes cuadros:

1. Cuadro numérico. De la definición formal de límite con sucesiones se desprende una definición intuitiva de límite (Se dice que el límite de f , cuando x se acerca a b , es L si para toda sucesión de números: x_1, x_2, x_3, \dots que se acerca a b y distintos de b , se tiene que la sucesión $f(x_1), f(x_2), f(x_3), \dots$ se acerca a L .) que es operacionalizada mediante tablas, la cual es utilizada como la primera definición de límite.
2. Cuadro algebraico. Se abordan las diferentes maniobras algebraicas necesarias para el cálculo de los diferentes tipos de límites.
3. Cuadro gráfico. Se aborda el cálculo de límites a partir de la representación gráfica de la función.

Dado la modalidad del curso, el material contaba con una serie de ejemplos y con ejercicios dentro de la teoría (a parte de la lista de ejercicios que eran resueltos en las secciones presenciales). Además, se desarrollaron una serie de ítems de selección única como evaluación formativa del curso.

Ejemplo de ítem, ver figura 1.

34. Suponga que $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 3$. El valor de $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{\sin(6x)}$ es

- a. $\frac{1}{6}$
- b. 3
- c. $\frac{1}{2}$
- d. 1

Figura 1. Ítem 34

III. Demostración en Límites

La demostración de límites es parte de este curso y constituía un gran reto su enseñanza virtual. El trabajo se centró en tener un material para el estudiante que brindará una mejor visualización de la demostración de límites. Burkhard & Meier (2005), citado por Monge (2011), señalan que la visualización del conocimiento estudia el talento del ser humano para procesar en forma efectiva representaciones visuales en tareas de conocimiento.

Al respecto, Eppler y Burkhard (2005), citado por Monge (2011), indican varios formatos para la visualización del conocimiento: los bocetos, mapas de conocimiento, diagramas conceptuales, imagen, objeto, visualización interactiva e historia mutua.

El material desarrollado para la demostración de Límites contempló los siguientes aspectos:

1. En la demostración de límites particulares se desarrolló bocetos y un esquema de tres pasos (análisis del extremo derecho del implica por equivalencias, acotación de términos, aplicación de la acotación y conclusión).
2. Para la demostración de teoremas, las demostraciones tradicionales se mezclaron con cuadros de texto de un color llamativo que buscaban aclarar algún paso o justificar el paso siguiente.
3. Diagramas para visualizar mejor el concepto de límite. A lo largo del material se utilizaron diagramas como el siguiente para facilitar las demostraciones:

$$(\forall \epsilon > 0) (\exists \delta > 0) \left(\left[\begin{array}{c} x \\ \overbrace{\hspace{1cm}}^b \\ \text{+++++} \\ b-\delta \quad b+\delta \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{c} f(x) \\ \overbrace{\hspace{1cm}}^L \\ \text{+++++} \\ L-\epsilon \quad L+\epsilon \end{array} \right] \right)$$

Figura 2. Diagrama de límite

IV. Programación

Dado que el curso va dirigido a estudiantes de Computación, se plantearon proyectos de programación en el material.

Ejemplo de proyecto.

Sea $L = \lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ con $f(x) = x^2 - 2$.

- (a) Calcule el valor de L
- (b) Demuestre formalmente que $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = L$
- (c) Utilice (b) para elabore un programa que tome como entrada ϵ y un entero n , y brinde como salida una lista de n valores de x , para los cuales la distancia entre $f(x)$ y L es menor a ϵ .

Figura 3. Ejemplo de proyecto de programación

V. Conclusión

El curso MA-1404 Cálculo grupo 2 modalidad semi-virtual tuvo una matrícula inicial de 32 estudiantes de los cuales 8 estudiantes se retiraron y 15 aprobaron el curso. La promoción fue del 46.8%.

Si bien no se cuenta con una evaluación del desarrollo del curso por parte de los estudiantes, se puede apreciar algunos comentarios que los estudiantes portearon en https://costarica.misprofesores.com/profesores/Giovanni-Sanabria_13336. Algunos comentarios fueron (se corrigen las faltas ortográficas):

- Muy buen profesor, un éxito de curso se aprende muchísimo con el y los trabajos de quedan ayuda para estar siempre practicando en el curso. Califica tuanis y brinda ayuda en las consultas y en clase ayuda a quien lo necesite.
- Muy buen profesor, se entiende todo y no le importa detenerse a explicarle algo que usted no haya entendido. Los quiz son fáciles y los hace semanalmente para que uno vaya repasando la materia. Tareas variadas pero buenas para practicar y dominar la materia del curso.

El material desarrollado para el tema de límite fue condensado en un pdf de 76 páginas, solo para el tema de límites.

Referencias Bibliográficas

Chan, M. (2016). La virtualización de la educación superior en América Latina: entre tendencias y paradigmas. RED: Revista de Educación a Distancia, (48), 1-32.

Douady, R. (1984). Relación enseñanza –aprendizaje, Dialéctica instrumento – objeto, Juego de marcos. Cuadernos de Didáctica de las Matemáticas N° 3, IREM de Paris 7.

Monge, J. (2011). Visualización del Conocimiento en la Enseñanza de la Matemática. Proyecto de investigación, Tecnológico de Costa Rica. Recuperado el 10 de junio del 2018, de <https://repositoriotec.tec.ac.cr/handle/2238/6334>.

Autor:

Giovanni Sanabria Brenes. Universidad de Costa Rica, México
gsanabria@itcr.ac.cr